

**ПРИМЕНЕНИЕ l - ПРОБЛЕМЫ МОМЕНТОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ
ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМАМИ ЛИНЕЙНЫХ
ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ**

К.К.ГАСАНОВ, Т.М.ГАСЫМОВ
Бакинский Государственный Университет
telman_bsu@box.az

В данной работе изучаются задачи управляемости и оптимального управления для задачи Коши в гиперболической системе второго порядка с двумя независимыми переменными. С помощью матричной функции Римана найдено интегральное представление решения. Получены необходимые и достаточные условия управляемости с помощью матричной функции Римана. Используя l -проблемы моментов исследована задача управления с минимальной энергией.

Пусть управляемый процесс описывается системами

$$Lz \equiv \frac{\partial^2 z(\tau, \sigma)}{\partial \tau \partial \sigma} + A_1(\tau, \sigma) \frac{\partial z(\tau, \sigma)}{\partial \tau} + A_2(\tau, \sigma) \frac{\partial z(\tau, \sigma)}{\partial \sigma} + A_3(\tau, \sigma) z(\tau, \sigma) = B(\tau, \sigma) u(\tau, \sigma), \quad (1)$$

где $A_i(\tau, \sigma)$ – $n \times n$ -мерная матрица ($i = 1, 2, 3$), $B(\tau, \sigma)$ – $n \times m$ -мерная матрица, $u(\tau, \sigma)$ – m -мерный управляющий вектор столбец; все они определены в ограниченной области D пространства R_2 переменных τ, σ .

Обозначим через $\gamma = \{(\tau, \sigma) \in D; \sigma = \mu(\tau), \alpha \leq \tau \leq \beta\}$ дугу, лежащую в области D , с непрерывной кривизной, обладающую тем свойством, что ни в одной своей точке она не имеет касания с характеристиками системы (1).

Предположим, что выходящие из точки $M(t, s) \in D$ характеристики $\tau = t$, $\sigma = s$ пересекаются с дугой γ в точках $P(t, \mu(t))$ и $Q(\mu^{-1}(s), s)$, соответственно. Обозначим через $\Omega(t, s)$ подобласть области D , ограниченную участком PQ дуги γ и отрезками характеристик

$$QM = \{s = \sigma, \mu^{-1}(\sigma) \leq t \leq \tau\} \text{ и } MP = \{t = \tau, \mu(\tau) \leq s \leq \sigma\}.$$

Для однозначного решения системы (1) задаются условия Коши:

$$\begin{aligned} z|_{\gamma} &= \varphi(\tau), \\ \frac{\partial z}{\partial s}|_{\gamma} &= \psi(\tau), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\varphi(\tau), \psi(\tau)$ – заданные n – мерные вектор-столбцы.

В качестве допустимых управлений $u(\tau, \sigma)$ будем рассматривать элементы пространства $L_2^m(D)$ с нормой

$$\|u\| = \left(\iint_D \sum_{k=1}^m |u_k(\tau, \sigma)|^2 d\tau d\sigma \right)^{\frac{1}{2}},$$

где $L_2^m(D)$ – все m – мерные вектор функции, каждый компонент которого принадлежит классу $L_2(D)$.

Пусть выполняются условия:

- 1) $A_1 \in W_2^{1,0}(D)$, $A_2 \in W_2^{0,1}(D)$, $A_3 \in L_2(D)$,
- 2) $B \in L_2(D)$,
- 3) $\varphi \in W_2^1[\alpha, \beta]$, $\psi \in L_2[\alpha, \beta]$,

где $W_2^{1,0}(D)$ и $W_2^{0,1}(D)$ состоят из всех элементов $z \in L_2^n(D)$, имеющих обобщенные производные $\frac{\partial z}{\partial \tau}$ и $\frac{\partial z}{\partial \sigma}$ из $L_2^n(D)$, соответственно, $W_2^1[\alpha, \beta]$ состоит из всех элементов $\varphi \in L_2[\alpha, \beta]$, имеющих обобщенные производные $\varphi' \in L_2[\alpha, \beta]$.

Обозначим через $V_2^{1,1}(D)$ множество непрерывных функций $z(t, s)$, имеющих обобщенные производные $\frac{\partial z(\tau, \sigma)}{\partial \tau}$, $\frac{\partial z(\tau, \sigma)}{\partial \sigma}$ и $\frac{\partial^2 z(\tau, \sigma)}{\partial \tau \partial \sigma}$, каждая из которых принадлежит классу $L_2^n(D)$. Здесь под решением задачи (1),(2) понимается функция $z(\tau, \sigma)$ из класса $V_2^{1,1}(D)$. При условиях 1),2),3) можно доказать, что для каждого допустимого управления $u(\tau, \sigma)$ существует единственное решение $z(\tau, \sigma)$ задачи (1),(2) из $V_2^{1,1}(D)$. Наряду с системой (1) рассмотрим однородную сопряженную к (1) систему:

$$\frac{\partial^2 v(\tau, \sigma)}{\partial \tau \partial \sigma} - \frac{\partial}{\partial \tau}(v(\tau, \sigma)A_1(\tau, \sigma)) - \frac{\partial}{\partial \sigma}(v(\tau, \sigma)A_2(\tau, \sigma)) + v(\tau, \sigma)A_3(\tau, \sigma) = 0. \quad (3)$$

Для фиксированной точки $M(t, s)$ из области D рассмотрим $n \times n$ – матричное решение $R(\tau, \sigma; t, s)$ сопряженной системы (3), удовлетворяющее следующим условиям на характеристиках $MP = \{\tau = t, \mu(t) \leq \sigma \leq s\}$ и $MQ = \{\sigma = s, \mu^{-1}(s) \leq \tau \leq t\}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \sigma} R(t, \sigma; t, s) - R(t, \sigma; t, s)A_1(t, \sigma) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial \tau} R(\tau, s; t, s) - R(\tau, s; t, s)A_2(\tau, s) &= 0, \\ R(t, s; t, s) &= E, \end{aligned}$$

где E – $n \times n$ - мерная единичная матрица.

Матрица $R(\tau, \sigma; t, s)$ называется функцией Римана для системы (3). Эта функция не зависит ни от данных Коши (2) на дуге γ и ни от вида этой кривой. Для нее точка (τ, σ) играет роль аргумента, а точка (t, s) - роль параметра. Можно доказать, что каждый столбец матрицы Римана $R(\tau, \sigma; t, s)$ относительно аргументов (t, s) является решением однородной системы $Lz \equiv 0$ ([3]). Следующая теорема выражает интегральное представление решения задачи (1)-(2) с помощью матричной функции Римана $R(\tau, \sigma; t, s)$.

Теорема 1. Пусть матрица $R(\tau, \sigma; t, s)$ является функцией Римана для системы (3) и $z(\tau, \sigma)$ является решением задачи (1), (2) для допустимого управления $u(\tau, \sigma)$. Тогда в точке $M(t, s)$ решение $z(\tau, \sigma)$ определяется в виде

$$z(t, s) = \omega(t, s) + \iint_{\Omega(t, s)} R(\tau, \sigma; t, s) B(\tau, \sigma) u(\tau, \sigma) d\tau d\sigma, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \omega(t, s) = & \frac{1}{2} R(\mu^{-1}(s), s; t, s) \varphi(\mu^{-1}(s)) + \frac{1}{2} R(t, \mu(t); t, s) \varphi(t) - \\ & - \int_{\mu^{-1}(s)}^t \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial R(\tau, \mu(\tau); t, s)}{\partial \tau} \varphi(\tau) - R(\tau, \mu(\tau); t, s) \varphi'(\tau) \right) - R(\tau, \mu(\tau); t, s) A_2(\tau, \mu(\tau)) \varphi(\tau) \right] d\tau \\ & - \int_{\mu^{-1}(s)}^t \left[\frac{1}{2} \left(R(\tau, \mu(\tau); t, s) \psi(\sigma) - \frac{\partial R(\tau, \mu(\tau); t, s)}{\partial \sigma} \varphi(\tau) \right) + R(\tau, \mu(\tau); t, s) A_1(\tau, \mu(\tau)) \varphi(\tau) \right] \mu'(\tau) d\tau, \quad (5) \end{aligned}$$

Доказательство проводится аналогично работе ([3]).

Управляемость. В этом разделе, используя интегральное представление (4) решения задачи (1),(2), с помощью матричной функции Римана найдено необходимое и достаточное условие для управляемости системы (1).

Пусть заданы точка $M_1(t_1, s_1) \in D$, $a \in R^n$ и функции $\varphi(\tau)$, $\psi(\sigma)$. Если можно найти такое допустимое управление $u(\tau, \sigma)$, для которого соответствующее ему решение $z(\tau, \sigma)$ задачи (1),(2), представляемое в виде (4), удовлетворяет условию

$$z(t_1, s_1) = a, \quad (6)$$

то система (1) называется относительно управляемой в области Ω .

Пусть для допустимого управления $u(\tau, \sigma)$ решение $z(\tau, \sigma)$ системы (1), (2) удовлетворяет условию (6). Тогда подставляя (4) в (6), получаем:

$$\iint_{\Omega} R(\tau, \sigma; t_1, s_1) B(\tau, \sigma) u(\tau, \sigma) d\tau d\sigma = b, \quad (7)$$

где

$$b = a - \omega(t_1, s_1), \quad \Omega = \Omega(t_1, s_1). \quad (8)$$

Теорема 2. Система (1) в области Ω управляема тогда и только тогда, когда $n \times n$ - мерная матрица

$$H = \iint_{\Omega} R(\tau, \sigma; t_1, s_1) B(\tau, \sigma) B'(\tau, \sigma) R'(\tau, \sigma; t_1, s_1) d\tau d\sigma \quad (9)$$

невырожденная, где (') означает транспонирование.

Доказательство. Для доказательства достаточности предположим, что матрица H невырожденная. Найдем такое управление $u(\tau, \sigma)$, для которого соответствующее ему решение $z(\tau, \sigma)$ системы (1), (2), представляемое в виде (4), удовлетворяет условию (6).

Для заданной точки $M(t_1, s_1) \in D$ и n -мерных функций $\varphi(\tau), \psi(\tau)$ положим

$$u(\tau, \sigma) = B'(\tau, \sigma) R'(\tau, \sigma; t_1, s_1) \xi, \quad (10)$$

где ξ — n -мерный вектор-столбец, определяемый формулой

$$\xi = H^{-1} b. \quad (11)$$

Пусть $z(\tau, \sigma)$ — решение задачи (1), (2) для управления $u(\tau, \sigma)$, определенного с помощью (10), (11). Тогда, учитывая (4), имеем:

$$\begin{aligned} z(t_1, s_1) &= \omega(t_1, s_1) + \left(\iint_{\Omega} R(\tau, \sigma; t_1, s_1) B(\tau, \sigma) B'(\tau, \sigma) R'(\tau, \sigma; t_1, s_1) d\tau d\sigma \right) \cdot \xi = \\ &= \omega(t_1, s_1) + H\xi. \end{aligned}$$

Отсюда, используя равенства (8), (11), получаем

$$z(t_1, s_1) = a - b + H\xi = a - b + HH^{-1}b = a - b + b = a.$$

Следовательно, система (1) управляема в области Ω .

Для доказательства необходимости предположим, что система (1) обладает свойством управляемости. Докажем, что матрица H невырожденная. Отметим, что матрица H симметрична и неотрицательна:

$$\begin{aligned} H' &= H, \quad \xi' H \xi = \xi' \left(\iint_{\Omega} R(\tau, \sigma; t_1, s_1) B(\tau, \sigma) B'(\tau, \sigma) R'(\tau, \sigma; t_1, s_1) d\tau d\sigma \right) \xi = \\ &= \iint_{\Omega} \left\| \xi' R(\tau, \sigma; t_1, s_1) B(\tau, \sigma) \right\|^2 d\tau d\sigma \geq 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Если матрица вырождена, то существует постоянный n -мерный вектор-столбец $\tilde{\xi} \neq 0$, такой, что $H\tilde{\xi} = 0$. Тогда

$$\tilde{\xi}' H \tilde{\xi} = \iint_{\Omega} \left\| \tilde{\xi}' R(\tau, \sigma; t_1, s_1) B(\tau, \sigma) \right\|^2 d\tau d\sigma = 0.$$

Отсюда следует, что

$$\tilde{\xi}' R(\tau, \sigma; t_1, s_1) B(\tau, \sigma) = 0, \quad (13)$$

при п.в. $(\tau, \sigma) \in \Omega$.

Поскольку система (1) обладает свойством управляемости, то при $M(t_1, s_1) \in D$, $a = \tilde{\xi}$, $\varphi(\tau) = \psi(\sigma) \equiv 0$ существует управление $u(\tau, \sigma)$, для ко-

того выполняется равенство

$$\iint_{\Omega} R(\tau, \sigma; t_1, s_1) B(\tau, \sigma) u(\tau, \sigma) d\tau d\sigma = \tilde{\xi}. \quad (14)$$

Отсюда, умножая обе стороны скалярно на $\tilde{\xi}'$, получим:

$$\iint_{\Omega} \tilde{\xi}' R(\tau, \sigma; t_1, s_1) B(\tau, \sigma) u(\tau, \sigma) d\tau d\sigma = \tilde{\xi}' \tilde{\xi}.$$

В силу (13) левая сторона этого равенства равна нулю, а правая сторона $\tilde{\xi}' \tilde{\xi} > 0$ (где $\tilde{\xi}$ – не нулевой вектор). Это противоречие показывает, что матрица H невырождена. Теорема доказана.

Управление с минимальной энергией. Пусть заданы точка $M(t_1, s_1) \in D$, $a \in R^n$ и функции $\varphi(\tau)$, $\psi(\sigma)$. В выбранном классе допустимых управлений требуется найти управление $u(\tau, \sigma)$, такое, чтобы соответствующее ему решение $z(\tau, \sigma)$ задачи (1), (2), представленное в форме (4), удовлетворяло условию (6) и при этом функционал

$$I = \|u\|_{L_2^m(D)}$$

принимал наименьшее возможное значение. Такие задачи называются управлением с минимальной энергией ([2]).

Выполнение равенства (7) является необходимым и достаточным условием для того, чтобы решение $z(\tau, \sigma)$ задачи (1), (2), соответствующее управлению $u(\tau, \sigma)$, удовлетворяло условию (6). Отметим, что равенство (7) выражает проблему моментов, записанную в векторно-матричной форме ([1]). Задача

$$\lambda = \max_{\xi} \xi b, \quad \|\xi R(\tau, \sigma, t_1, s_1) B(\tau, \sigma)\|_{L_2(\Omega)} = 1, \quad (15)$$

и задача

$$\frac{1}{\lambda} = \min_{\eta} \|\eta R(\tau, \sigma, t_1, s_1) B(\tau, \sigma)\|_{L_2(\Omega)}, \quad \eta b = 1, \quad (16)$$

называются двойственными, где ξ, η – n -мерные векторы строки. Между решениями задач (15) и (16) имеет место связь: $\xi = \lambda \eta$ ([1]).

Лемма. Пусть строки $n \times m$ мерной матрицы $R(\tau, \sigma, t_1, s_1) B(\tau, \sigma)$ линейно независимы и $b \neq 0$. Тогда задачи (16) и (15) имеют решение.

Доказательство проводится аналогично ([1]).

Всякий линейный непрерывный функционал L , определенный в пространстве $L_2(\Omega)$, имеет вид ([4]):

$$L(g) = \iint_{\Omega} g(\tau, \sigma) u(\tau, \sigma) d\tau d\sigma, \quad (17)$$

где $\|L\|$ совпадает с нормой $\|u\|_{L_2^m}$, а элементы $u \in L_2^m$ определяют этот функционал L .

Рассмотрим вспомогательную задачу: найти такую функцию $u(\tau, \sigma) \in L_2^m(\Omega)$, для которой выполнялись бы условия

$$\iint_{\Omega} R(\tau, \sigma; t_1, s_1) B(\tau, \sigma) u(\tau, \sigma) d\tau d\sigma = b, \quad (18)$$

$$\|u\|_{L_2^m} \leq l, \quad (19)$$

где $l > 0$ - заданное число.

Теорема 3. Пусть выполняются условия леммы и число λ определяется как решение задачи (15) или (16). Тогда для того, чтобы существовала функция $u(\tau, \sigma) \in L_2^m(\Omega)$, удовлетворяющая условиям (18), (19), необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие

$$\lambda \leq l. \quad (20)$$

Доказательство необходимости: Пусть существует функция $u(\tau, \sigma) \in L_2^m(\Omega)$, удовлетворяющая условиям (18), (19). Умножая обе стороны равенства (18) на столбец ξ , получаем:

$$\iint_{\Omega} \xi R(\tau, \sigma; t_1, s_1) B(\tau, \sigma) u(\tau, \sigma) d\tau d\sigma = \xi b.$$

Пусть для ξ выполняется условие $\xi b = 1$. Отсюда, используя интегральное неравенство Гельдера ([4]), получаем:

$$1 = \xi b \leq \|\xi R(\cdot, \cdot; t_1, s_1) B(\cdot, \cdot)\|_{L_2(\Omega)} \|u\|_{L_2^m(\Omega)}.$$

Учитывая условие (19), имеем

$$\|\xi R(\cdot, \cdot; t_1, s_1) B(\cdot, \cdot)\|_{L_2(\Omega)} \geq \frac{1}{l}.$$

Отсюда

$$\frac{1}{\lambda} = \min_{\xi} \|\xi R(\tau, \sigma, t_1, s_1) B(\tau, \sigma)\|_{L_2(\Omega)} \geq \frac{1}{l}, \text{ т.е. } \lambda \leq l.$$

Необходимость доказана.

Для доказательства достаточности предположим, что условие (20) выполнено. В силу леммы множество элементов вида $g(\tau, \sigma) = \eta R(\tau, \sigma, t_1, s_1) B(\tau, \sigma)$ образует m -мерное пространство F_m в L_2^m , где η — любой $-n$ -мерный вектор - строка ([1]). Определим на элементах этого пространства линейный функционал

$$L_0(g) = \eta b, \quad (21)$$

с нормой

$$\|L_0\|_{F_m} = \max_{\|g\|=1} |L_0(g)| = \max_{\|\eta R(\tau, \sigma, t_1, s_1) B(\tau, \sigma)\|_{L_2(\Omega)}=1} |\eta b| = \lambda. \quad (22)$$

Согласно теореме Хана-Банаха ([4]) о продолжении линейного функционала с сохранением нормы, существует линейный функционал L , определенный на элементах пространства L_2 такой, что

$$1) L(g) = L_0(g), \quad 2) \|L\|_{L_2} = \|L_0\|_{F_m}.$$

Следовательно, существует функция $u(\tau, \sigma) \in L_2^m(\Omega)$ такая, что $\|L\|_{L_2} = \|u\|_{L_2^m}$.

Для функции $u(\tau, \sigma)$ удовлетворяются условия (18), (19). Теорема доказана.

Теорема 4. *Задача управления с минимальной энергией имеет единственное решение $u^*(\tau, \sigma)$ в пространстве $L_2^m(\Omega)$, причем k -я компонента которого определяется так:*

$$u_k^*(\tau, \sigma) = (\lambda)^2 \left| \sum_{i=1}^n \xi_i^* g_{ik}(\tau, \sigma) \right| \times \text{sign} \sum_{i=1}^n \xi_i^* g_{ik}(\tau, \sigma), \quad k = 1, \dots, m, \quad (23)$$

где $g_{ik}(\tau, \sigma)$, $i = \overline{1, n}$, $k = \overline{1, m}$, - элементы матрицы $R(\tau, \sigma; t_1, s_1)B(\tau, \sigma)$, числа ξ_1^*, \dots, ξ_n^* и λ , определяются как решение следующей задачи:

$$\frac{1}{\lambda} = \min_{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n} \left(\int_{\Omega} \sum_{k=1}^m \left| \sum_{i=1}^n \xi_i g_{ik}(\tau, \sigma) \right|^2 d\tau d\sigma \right)^{1/2} \quad (24)$$

при условии

$$\xi_1 b_1 + \xi_2 b_2 + \dots + \xi_n b_n = 1, \quad (25)$$

b_1, b_2, \dots, b_n - компоненты вектора b , определяемого формулой (8). Кроме того норма управления $u^*(\tau, \sigma)$ равна λ :

$$\|u^*\| = \lambda. \quad (26)$$

Доказательство. Покажем, что норма $\|u^*\|$ вектор-функции $u^*(\tau, \sigma)$, определяемая формулой (23), равна λ . Действительно, имеем

$$\begin{aligned} \|u^*\| &= \left(\int_{\Omega} \sum_{k=1}^m |u_k^*(\tau, \sigma)|^2 d\tau d\sigma \right)^{1/2} = \left(\int_{\Omega} \sum_{k=1}^m (\lambda)^4 \left| \sum_{i=1}^n \xi_i^* g_{ik}(\tau, \sigma) \right| \times \text{sign} \sum_{i=1}^n \xi_i^* g_{ik}(\tau, \sigma) \right)^{1/2} \\ &= \lambda^2 \left(\int_{\Omega} \sum_{k=1}^m \left| \sum_{i=1}^n \xi_i^* g_{ik}(\tau, \sigma) \right|^2 d\tau d\sigma \right)^{1/2} = \lambda^2 \times \frac{1}{\lambda} = \lambda. \end{aligned}$$

Вычислим теперь минимум $\int_{\Omega} \sum_{k=1}^m \left| \sum_{i=1}^n \xi_i g_{ik}(\tau, \sigma) \right|^2 d\tau d\sigma$ при условии $\left| \sum_{i=1}^n \xi_i b_i \right|^2 = 1$.

По правилу Лагранжа для задачи на условный минимум рассмотрим функции $f(\xi) = \int_{\Omega} \sum_{k=1}^m \left| \sum_{i=1}^n \xi_i g_{ik}(\tau, \sigma) \right|^2 d\tau d\sigma - \gamma \left| \sum_{i=1}^n \xi_i b_i \right|^2$. Тогда минимизирующие значения ξ_1^*, \dots, ξ_n^* можно найти из условий равенства нулю производных по $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ от функции $f(\xi)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \xi_j} \Big|_{\xi_i = \xi_i^*} &= \int_{\Omega} \sum_{k=1}^m g_{jk}(\tau, \sigma) \left| \sum_{i=1}^n \xi_i^* g_{ik}(\tau, \sigma) \right| \text{sign} \sum_{i=1}^n \xi_i^* g_{ik}(\tau, \sigma) d\tau d\sigma - \\ &- \gamma b_j \left| \sum_{i=1}^n \xi_i^* b_i \right| \text{sign} \sum_{i=1}^n \xi_i^* b_i = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (27)$$

Умножим каждое из равенств (27) на ξ_j^* и сложим их. Используя равенства (25), получим $\gamma = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2$. Поэтому из (27) видно, что функции $u_k^*(\tau, \sigma)$, $k = \overline{1, m}$, определяемые равенством (23), дают решение проблемы моментов. Единственность оптимального управления следует из строгой нормированности пространства L_2^m ([1]).

ЛИТЕРАТУРА

1. Бутковский А.Г. Методы управления системами с распределенными параметрами. М.: Наука, 1975, 568 с.
2. Hasanov.K.K, Gasumov.T.M. Minimal energy control for the wave equation with non-classical boundary condition // Appl.Comput.Math., 2010, v.9, №1, p.47-51.
3. Jank.G. Controllability, observability and optimal control of continuous-time 2-D systems // In.J. Appl. Math.Comput.Sci., 2002, v. 12, №2, p.181-195.
4. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1972,496 с.

ХƏТТІ НІПЕРБОЛІК ТƏНЛІКЛƏР СІСТЕМІ ÜÇÜN OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİNƏ L-MOMENT PROBLEMİNİN TƏTBİQİ

K.Q.HƏSƏNOV, T.M.QASIMOV

XÜLASƏ

Baxılan işdə iki sərbəst dəyişənli ikinci tərtib xətti hiperbolik tənliklər üçün Koşi məsələsinin idarələnməsi və optimal idarələnməsi məsələləri öyrənilir. Riman matris-funksiyasının köməyiylə həllin inteqral göstərişi tapılır və sistemin idarələnməsi üçün zəruri və kafi şərt alınır. Həmçinin l-moment problemindən istifadə etməklə minimal enerjili idarəetmə məsələsi öyrənilir.

APPLICATION OF L-MOMENT PROBLEM TO OPTIMUM CONTROL FOR THE SYSTEM OF LINEAR HYPERBOLIC EQUATIONS

K.G.HASANOV, T.M.GASIMOV

SUMMARY

In the paper, controllability and optimum control of Cauchy problem for the system of second order hyperbolic equations with two independent variables are studied. Using Riemann matrix-function, the integral representation of the solution is found and the necessary and sufficient condition for the controllability of the system is proved. The article also studies the problem of control with minimal energy using the l-moment problem.